



**Justifique todas sus respuestas**

1. (15ptos.) Dados los puntos  $A = (1, 2)$  y  $B = (-1, 4)$ , y  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  dada por

$$f(x, y) = \begin{cases} y|x| & \text{si } y \geq (x-1)^2 \\ x^2y & \text{si } y < (x-1)^2 \end{cases}$$

- Estudie la continuidad de  $f$  en  $A$  y  $B$ .
- Estudie la diferenciabilidad de  $f$  en  $A$  y  $B$ .
- Calcule, si existe, la derivada direccional de  $f$  en la dirección de  $\vec{d} = \frac{1}{\sqrt{2}}(-1, 1)$  en  $A$  y  $B$ .

2. (13 ptos.) Sea  $G = F \circ h$ , con  $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  de clase  $C^1$ , y  $h : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  definida por  $h(x, y, z) = (u(x, y, z), v(x, y, z)) = (z \cos(x), 2y - z + 8x)$ . Halle la ecuación de la recta tangente a la curva  $F(u, v) = 5$  en el punto  $(1, 7)$ , sabiendo que  $4x + y - 2z = 2$  es la ecuación del plano tangente a la superficie  $G(x, y, z) = 5$  en el punto  $(0, 4, 1)$ .

3. (12 ptos.) Sean:

$$f(x, y) = \begin{cases} yx^2 & \text{si } y \geq x^2 \\ x - y^2 & \text{si } y < x^2 \end{cases}$$

$$g(t) = \left(\frac{t}{2}, t - 1\right) \text{ y } h = f \circ g$$

- ¿Es posible utilizar la regla de la cadena para calcular  $h'(2)$ ?
- Calcule  $h'(2)$ .

4. (10 ptos.) Halle los extremos de la función  $f(x, y) = 2y^3 + x^4 + x^2y^2 + 8y^2 - 4$ .